

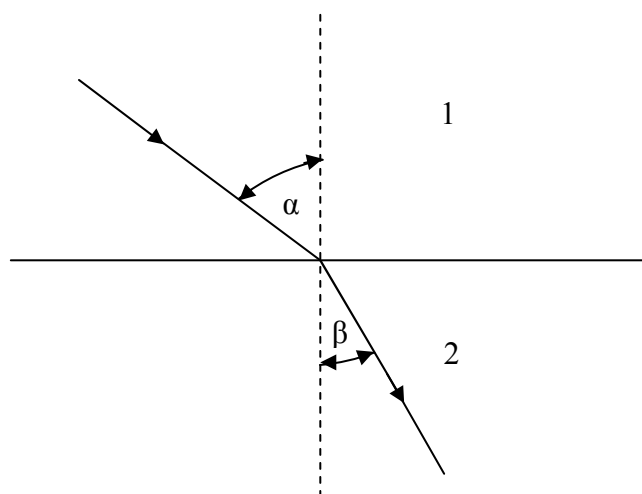
## WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA ZAŁAMANIA ŚWIATŁA METODĄ POMIARU POZORNEJ GRUBOŚCI PŁYTKI ZA POMOCĄ MIKROSKOPU ORAZ ZA POMOCĄ REFRAKTOMETRU ABBEGO DLA CIECZY.

- I. Cel ćwiczenia:** zapoznanie z prawami załamania światła, wyznaczenie współczynnika załamania światła dla przezroczystych ciał stałych i cieczy.
- II. Przyrządy:** mikroskop powiększający ok. 150 razy z odpowiednio zamontowanym czujnikiem mikrometrycznym, dodatkowa śruba mikrometryczna do pomiaru grubości płytek, płytki szklane i pleksiglasowe różnej grubości, ciecze, refraktometr Abbego.
- III. Literatura:**
1. H.Hofmokl, A Zawadzki - Laboratorium Fizyczne.
  2. K Niedźwiedziuk, J L Kacperski – I Pracownia Fizyczna.

## IV. WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA ZAŁAMANIA ŚWIATŁA PRZEZ POMIAR POZORNEJ GRUBOŚCI PŁYTKI ZA POMOCĄ MIKROSKOPU<sup>1</sup>.

### IV.1 Wprowadzenie

Podczas przechodzenia promienia świetlnego z jednego środowiska do drugiego skośnie do powierzchni granicznej, kierunek promienia ulega zmianie, czyli następuje załamanie promienia świetlnego. Prawa załamania dla środowisk izotropowych, to znaczy dla takich, które nie wykazują różnic zależnych od kierunku są następujące :



Rys.1

1. Promień padający, prostopadła do płaszczyzny granicznej ośrodków wyprowadzona z punktu przecięcia tej płaszczyzny z promieniem padającym i promień załamany leżą w jednej płaszczyźnie.
2. Stosunek sinusa kąta padania do sinusa kąta załamania jest stały (rys.1). Ten stały stosunek nazywamy **współczynnikiem załamania** ośrodka drugiego względem pierwszego.

$$n_{2,1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (1)$$

Kąt  $\alpha$  jest kątem między promieniem padającym i prostopadłą do płaszczyzny rozdzielającej ośrodki zaś kąt  $\beta$  jest kątem między promieniem załamanym i prostopadłą do wymienionej płaszczyzny.

<sup>1</sup> Tekst dotyczący tego tematu z niewielkimi zmianami pochodzi z [1] str. 220 ÷ 223.

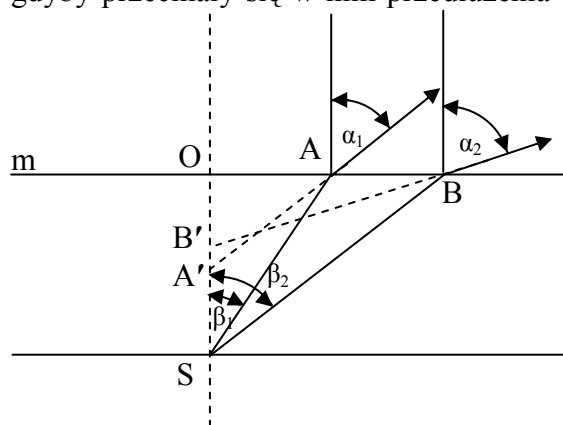
Stosunek ten w określonych warunkach fizycznych takich jak temperatura i ciśnienie nie zależy od kąta padania, lecz od rodzaju stykających się środowisk oraz od barwy światła.

Współczynnik  $n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1}$  jest względnym współczynnikiem załamania ośrodka 2 względem ośrodka 1;  $n_1, n_2$  są bezwzględnymi współczynnikami załamania środowiska 1 i 2. Współczynnikiem bezwzględnym nazywamy współczynnik załamania światła dla promienia wchodzącego do danego środowiska (np. 2) z próżni. Oznacza się go symbolem  $n_{2,0}$  lub  $n_2$ ; dla próżni  $n_0 = 1$ . Jeśli rozpatrujemy tylko jedno środowisko, oznaczamy ten współczynnik przez  $n$  (bez oznaczeń 0,2).

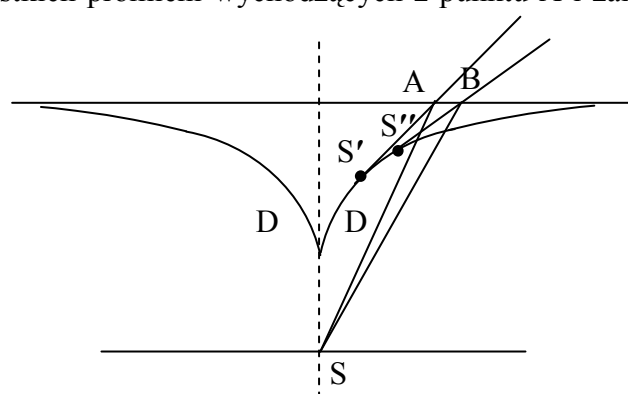
Współczynnik bezwzględny załamania światła różni się bardzo nieznacznie od współczynnika załamania danego środowiska względem powietrza. Współczynnik bezwzględny załamania światła dla powietrza wynosi 1,0003, różnica dla wody wynosi 0,0004, dla diamentu 0,0007.

## IV.2 Zasada pomiarów

Promienie wychodzące z punktu S znajdującego się na dolnej powierzchni szklanej płytki równoległościennej (rys.2) przenikają przez szkło i po załamaniu przechodzą przez powietrze. Przedłużenie promienia wychodzącego ze szkła w punkcie A przecina w punkcie A' prostą prostopadłą do powierzchni płytki i przechodzącą przez S. Punkt A', byłby obrazem urojonym punktu A, gdyby przecinały się w nim przedłużenia wszystkich promieni wychodzących z punktu A i zała-



Rys. 2



Rys. 3

mujących się na powierzchni m. W rzeczywistości jednak tak nie jest, promień wychodzący ze szkła w punkcie B przecina prostą w punkcie B'.

$$\frac{OA}{OA'} = \operatorname{tg} \alpha_1; \quad \frac{OB}{OB'} = \operatorname{tg} \alpha_2$$

$$\frac{OA}{OS} = \operatorname{tg} \beta_1; \quad \frac{OB}{OS} = \operatorname{tg} \beta_2$$

$$OA' = OS \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \alpha_1} = OS \frac{\sin \beta_1 \cdot \cos \alpha_1}{\cos \beta_1 \cdot \sin \alpha_1} = OS \frac{1}{n} \frac{\cos \alpha_1}{\cos \beta_1}$$

$$OB' = OS \frac{1}{n} \frac{\cos \alpha_2}{\cos \beta_2}$$

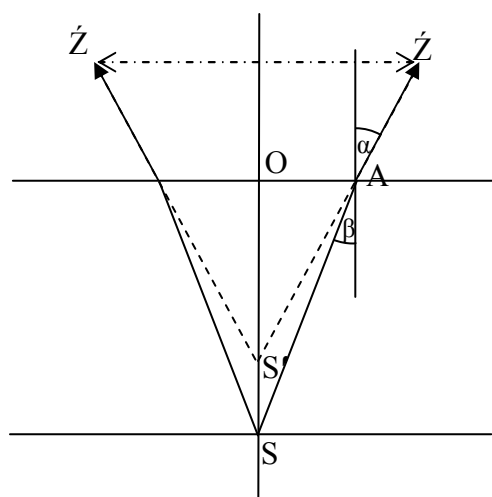
Odległości OA' i OB' są funkcjami kątów padania  $\beta_1, \beta_2$  (lub kątów załamania  $\alpha_1, \alpha_2$ ).

Miejsce geometryczne przecięcia się przedłużeń pary promieni, które przed załamaniem wyszły z jednego punktu (punkt S na rys. 3) i które tworzą ze sobą kąt nieskończenie mały, nazywamy **diakaustyką** (krzywa DD). Inaczej mówiąc, diakaustyka jest obwiednią przedłużeń (wykreślonych po załamaniu) wszystkich promieni wychodzących z jednego punktu (przed załamaniem),

co oznacza, że każdy z nich jest styczny do diakaustyki. W związku z tym każda para takich promieni tworzących ze sobą kąt skończony, nie może przecinać się na diakaustyce, co za tym idzie można mówić jedynie o przecinaniu się promieni, które tworzą ze sobą kąt nieskończenie mały.

Na rys.3 przy zbliżeniu się punktów A i B, tzn. przy zmniejszaniu kąta ASB punkty S' i S'' zbliżają się do siebie. W przypadku kiedy kąt ten staje się nieskończenie mały punkty S' i S'' zlewają się w jeden punkt.

Wiązka światła, która wpada do oka ludzkiego jest ograniczona niewielkim polem jego źrenicy. Z tego powodu patrząc ukośnie na płytkę szklaną widzi się obraz punktu S w punktach S' i S'', które zlewają się w jeden punkt, ponieważ załamane promienie wychodzą z punktów A i B mniej więcej pod tym samym kątem. Obraz punktu S jest podniesiony i przesunięty w bok.



Rys. 4

W przypadku, gdy oko umieszczone jest na normalnej SO (rys.4), tzn. gdy patrzymy prostopadle, nie zaś skośnie na punkt S, promienie dochodzące do oka wychodzą z płytki prawie prostopadle do jej powierzchni górnej (punkty ŻŻ są granicami źrenicy oka). W tym wypadku przesunięcie boczne znika, punkt S' jest podniesiony jedynie w kierunku O. Wszystkie promienie wychodzące z S i zawarte po załamaniu w stożku o podstawie ŻŻ przecinają się mniej więcej w S'.

$$\frac{AO}{OS'} = \operatorname{tg} \alpha, \quad \frac{AO}{OS} = \operatorname{tg} \beta,$$

Jeżeli, jak to założyliśmy, kąty  $\alpha$  i  $\beta$  są małe, możemy w przybliżeniu przyjąć, że

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha \quad \text{i} \quad \operatorname{tg} \beta = \sin \beta,$$

$$\frac{AO}{OS'} \cdot \frac{OS}{AO} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}; \quad \frac{d}{h} = n \quad (1)$$

gdzie  $d = OS$  (grubość płytki) i  $h = OS'$  (głębokość obrazu, czyli pozorna grubość płytki).

### IV.3 Pomiary

Pomiary pozornej grubości płytki wykonać przy pomocy mikroskopu, którego ogólny widok przedstawia rysunek 5.

1. Położyć na stoliku mikroskopu szklaną płytkę równoległościenną z dwiema delikatnymi rysami, jedna na górnej powierzchni, druga na wprost pierwszej na dolnej powierzchni.
2. Nastawić mikroskop na ostre widzenie rysy górnej i odczytać położenie wskazówek czujnika mikrometrycznego  $a_1$  (małej milimetrowej i dużej wskazującej setne części milimetra). Powtórzyć pomiar 5 razy.
3. Nastawić mikroskop na ostre widzenie rysy dolnej i odczytać położenie  $a_2$ . powtórzyć pomiar 5 razy.
4. Obliczyć odległość  $h$  pozornego obrazu od górnej powierzchni  $h = a_1 - a_2$ .
5. Wyznaczyć 5 razy grubość płytki  $d$  za pomocą śruby mikrometrycznej.
6. Obliczyć wartość średnią dla  $h$  i  $d$ .



Rys. 5

7. Obliczyć współczynnik załamania korzystając ze wzoru 1.
8. Powtórzyć pomiary z punktów 1 ÷ 6 dla pozostałych płytek.
9. Obliczyć niepewność wyznaczenia współczynnika załamania  $n$ .  
Jeśli zmierzono co najmniej pięciokrotnie grubość  $d$  płytki i jej pozorną grubość  $h$ , to niepewność pomiaru  $\Delta n$  należy obliczyć ze wzoru

$$\Delta n = n \sqrt{\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2}$$

gdzie  $\Delta d$  i  $\Delta h$  to niepewności pomiarowe odpowiednio grubości  $d$  płytki i pozornej grubości  $h$  płytki. Obliczamy je przy założeniu poziomu ufności  $\alpha = 0,95$  i znalezionej w tablicy rozkładu  $t$  (rozkład Studenta) odpowiedniego współczynnika  $t(\alpha, k)$ . Współczynnik ten uwzględnia skończoną liczbę pomiarów i można go znaleźć w [1], [2] lub tabeli dołączonej do instrukcji (patrz koniec instrukcji, str. 11).

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^j (d_i - \bar{d})^2}{j(j-1)}}, \quad s_{\bar{h}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^j (h_i - \bar{h})^2}{j(j-1)}},$$

$$\Delta d = t(\alpha, k) \cdot s_{\bar{d}}, \quad \Delta h = t(\alpha, k) \cdot s_{\bar{h}},$$

gdzie  $j$  jest liczbą pomiarów,  $k = j - 1$  – liczbą stopni swobody (w tabeli rozkładu Studenta i Fishera może to być  $k$  lub  $n$ ),  $s_{\bar{d}}$ ,  $s_{\bar{h}}$  – średnie niepewności kwadratowe średnich arytmetycznych  $d$  i  $h$ .

Jeśli liczba pomiarów jest mniejsza od 5, to  $\Delta n$  obliczamy ze wzoru

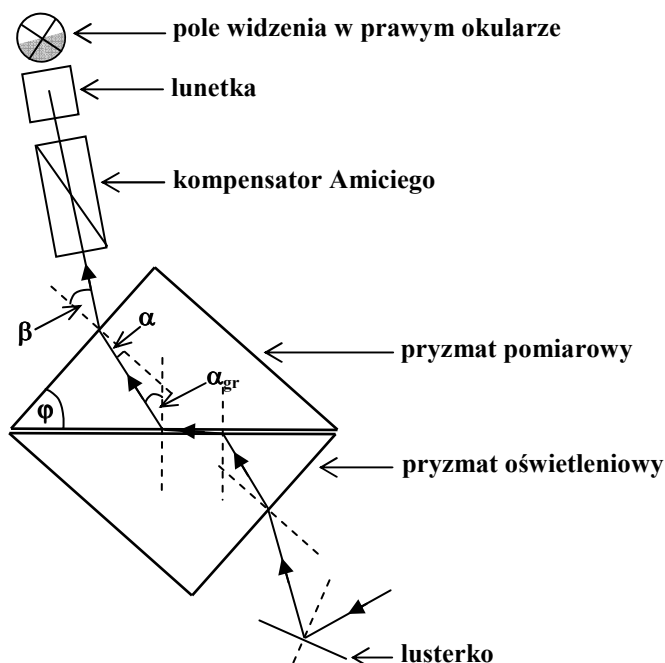
$$\Delta n = n \left( \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta h}{h} \right)$$

gdzie  $\Delta d$  i  $\Delta h$  niepewności pomiarowe maksymalne, które należy oszacować biorąc pod uwagę dokładność przyrządów pomiarowych.

## V. WYZNACZANIE WSPÓLCZYNNIKA ZAŁAMANIA ŚWIATŁA DLA CIECZY PRZY UŻYCIU REFRAKTOMETRU ABBEGO<sup>2</sup>.

### V.1 Zasada działania refraktometru Abbego

Zasada działania refraktometru oparta jest o zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia. Na rysunku 6 przedstawiony jest schemat biegu promieni w refraktrometrze.



Rys. 6. Bieg promieni w refraktrometrze Abbego

Wiązka światła, po rozproszeniu na matowej powierzchni pryzmatu oświetleniowego, przenika przez warstwę badanej cieczy i ulega załamaniu na granicy ciecz - pryzmat pomiarowy, a następnie na granicy pryzmat - powietrze. Kąt  $\beta$  określa zasięg pola oświetlonego.

Pryzmat pomiarowy wykonany jest z flintu o współczynniku załamania  $n_D = 1,74$ ; wartość ta określa górny zakres możliwości pomiarowych przyrządu – substancja badana nie może mieć współczynnika załamania większego niż materiał pryzmatu. Promienie „ślizgające się” po podstawie pryzmatu pomiarowego ulegają załamaniu pod maksymalnym kątem, równym kątowi granicznemu  $\alpha_{gr}$ .

Jeżeli substancja badana ma współczynnik załamania  $n$ , to wówczas:

$$\frac{\sin \alpha_{gr}}{\sin 90^0} = \frac{n}{n_D} \Rightarrow \sin \alpha_{gr} = \frac{n}{n_D} \quad (2)$$

gdzie:  $n_D$  jest współczynnikiem załamania pryzmatu dla żółtej linii sodu (589 nm).  
Z rysunku 6 wynikają następujące związki:

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = n_D \quad (3)$$

$$\alpha + \alpha_{gr} = \varphi \quad (4)$$

<sup>2</sup> Autorem rozdziału V jest Jerzy Wiśniewski; fragmenty rozdz. V.1 pochodzą z [2]

gdzie:  $\varphi$  jest kątem łamiącym pryzmatu pomiarowego,  $\alpha$  kątem padania promienia na granicę pryzmat – powietrze.

Te trzy równania (2) ÷ (4) tworzą układ równań pozwalający wyznaczyć współczynnik załamania  $n$  cieczy z zależności

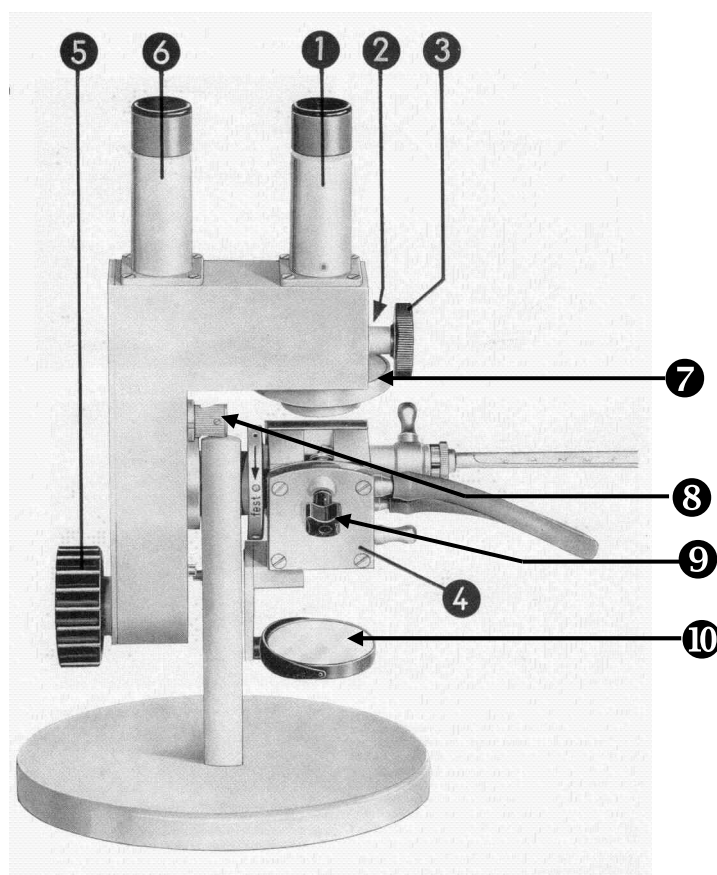
$$n = \sin \varphi \sqrt{n_D^2 - \sin^2 \beta} - \cos \varphi \sin \beta .$$

Wartość  $n_D$  i  $\varphi$  są stałe i znane. Poprzez wyznaczenie kąta  $\beta$ , znajdujemy współczynnik załamania  $n$ . Współczesne przyrządy wykorzystujące opisaną metodę tak są skonstruowane, że po ustawieniu w lunecie krzyża z nici pajęczych na linii podziału pół jasnego i ciemnego można bezpośrednio odczytać wartość współczynnika załamania.

Refraktometr jest przyrządem o wysokiej precyzji – błąd względny pomiaru wynosi  $(1 \div 2) \cdot 10^{-4}$ .

## V.2 Refraktometr Abbego – opis przyrządu

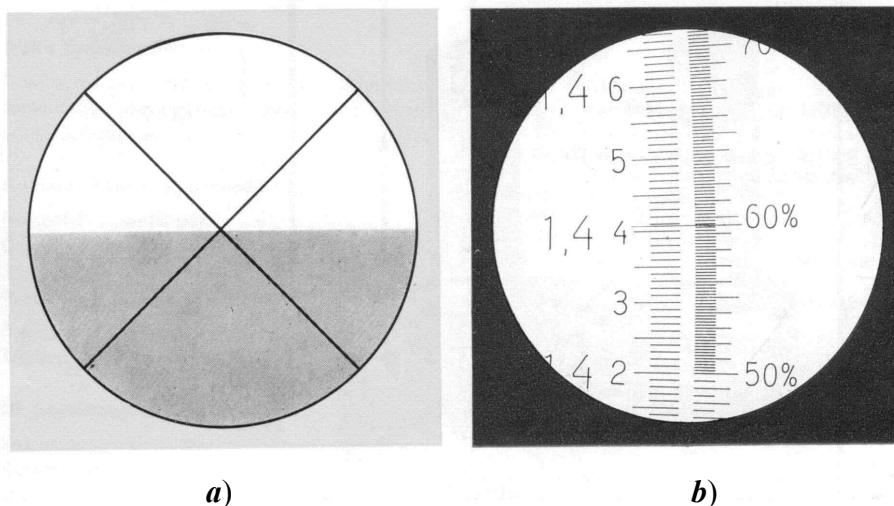
Refraktometr Abbego używany w ćwiczeniu pokazany jest na rysunku 7.



Rys. 7 Widok refraktometru Abbego

Korpus refraktometru z pryzmatami 4 (oświetleniowym i pomiarowym) oraz dwoma lunetkami pomiarowymi 1 i 6 osadzony jest na metalowym statywie. Konstrukcja umożliwia obrót korpusu wokół poziomej osi, pozwalając dostosować ustawienie korpusu do indywidualnych potrzeb. Ruchome lustro 10 kieruje światło (słoneczne lub z lampki) do pryzmatu oświetleniowego. Po wyjściu z pryzmatu pomiarowego wiązka światła trafia do zespołu pryzmatów Amiciego. W okularze 1 obserwuje się jasne i ciemne pole (rys. 8a). Graniczna linia między nimi odpowiada granicznemu kątowi całkowitego wewnętrznego odbicia. Przy oświetleniu światłem białym ta linia graniczna jest na ogół barwna. Kręcąc pokrętłem 3 sprzężonym z kompensatorem (pryzmaty Amiciego), usuwa się to zabarwienie. Na skali 7 sprzężonej z tym pokrętłem można odczytać liczbę „z” umożliwiającą znalezienie średniej dyspersji i liczby Abbego  $\nu$ . Po usunięciu zabarwienia linii

granicznej, kręcąc pokrętkiem ⑤ ustawia się linię podziału pól w punkcie przecięcia skrzyżowanych linii. Przy obrocie pokrętkiem ⑤ obraca się koło ze skalą pomiarową, pryzmaty i lustro. W okularze lunetki ⑥ odczytuje się współczynnik załamania światła dla mierzonej cieczy (rys. 8b). Małe lustro ③ oświetla skalę pomiarową w okularze lewej lunetki.



Rys. 8 a) Pole widzenia w okularze lunetki ⑥, b) pole widzenia w okularze lunetki ① (odczyt współczynnika załamania; na skali odczytujemy  $n = 1,441$ ).

### V.3 Pomiary

Po zwolnieniu z zaczepu ⑨ (rys 7) odchylić dolny pryzmat (oświetleniowy) i wprowadzić między powierzchnie pryzmatów badaną ciecz. Po zaciśnięciu pryzmatów ciecz powinna pokrywać całą powierzchnię stykności pryzmatów. Odczekać chwilę, by temperatury cieczy i pryzmatów zrównały się. Ruchome lustro ustawić tak, by odbite od niego światło oświetlało powierzchnię boczną dolnego pryzmatu (oświetleniowego). Obrotom pokrętki ⑤ naprowadzić linię graniczną na środek krzyża z nici pajęczych, a przez obrót pokrętkiem ③ uzyskać ostrą i bezbarwną granicę pól jasnego i ciemnego w okularze prawej lunetki ①. Odczytu współczynnika załamania światła  $n$  należy dokonywać po ustawieniu kompensatora Amiciego w położeniu, w którym linia graniczna pól jest minimalnie zabarwiona.

1. Odczytać współczynnik załamania światła  $n$  ze skali w okularze lewej lunetki.
2. Ze skali kompensatora ⑦ odczytać liczbę „z” w dwu symetrycznych położeniach (istnieją dwa symetryczne ustawienia kompensatora, w których znika barwne zabarwienie linii granicznej). Pomiar dla danej cieczy przeprowadzić 5-ciokrotnie.
3. Powtórzyć pomiar współczynnika załamania światła dla kilku cieczy (woda, alkohol etylowy, gliceryna, toluen). Wyniki zebrać w tabelce:

(badana ciecz)

Tabela 1

lp	$n$	$z$	
		prawa	lewa
1			
2			
⋮			
5			

## V.4 Obliczenia

1. Obliczyć wartości średnie współczynników załamania  $n$  dla badanych cieczy oraz odpowiadającą im wartość średnią liczby „z”.
2. Obliczyć dyspersję średnią  $n_F - n_C$  i liczbę Abbego  $\nu$  dla każdej z badanych cieczy korzystając z tablic dyspersyjnych do refraktometru Abbego i zamieszczonego przykładu (tablice są dołączone do instrukcji):  
Znając współczynnik załamania cieczy  $n = n_D$  znajdujemy w tabeli współczynniki A i B, a znając liczbę „z” z tabeli obok odczytujemy współczynnik  $\sigma$ . Wówczas

$$n_F - n_C = A + B\sigma \qquad \nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

3. Obliczyć niepewność pomiaru współczynnika załamania światła  $n$  dla każdej cieczy wg wzoru:

$$\Delta s_{\bar{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^j (n_i - \bar{n})^2}{j(j-1)}} \qquad \Delta n = t(\alpha, k) \cdot \Delta s_{\bar{n}}$$

gdzie  $\bar{n}$  jest średnią wartością współczynnika załamania danej cieczy,  $j$  – liczbą wykonanych pomiarów dla danej cieczy (np.  $j = 5$ ),  $\Delta n$  – niepewność pomiaru współczynnika załamania  $n$ ,  $k = j - 1$  – liczbą stopni swobody,  $\alpha = 0,95$  – poziom ufności,  $t(\alpha, k)$  – współczynnik z tabeli rozkładu Studenta (patrz rozdział IV.4 punkt 9).



**Tablica dyspersyjna do refraktometru Abbego<sup>3</sup>**  
(obliczenia wg wzoru  $n_F - n_C = A + B\sigma$ )

Dla odczytanych na kompensatorze wartości z mniejszych od 30, znaną w tabeli wartość  $\sigma$  bierzemy ze znakiem dodatnim, dla z większych od 30, ze znakiem ujemnym.

$n_D$	A	Diff. $\times 10^{-5}$	B	Diff. $\times 10^{-5}$	$n_D$	$z$	$\sigma$	Diff. $\times 10^{-3}$	$z$
1,30	0,02473		0,03187		1,30	0	1,000		60
1,31	0,02468	- 5	0,03173	-14	1,31	1	0,999	1	59
1,32	0,02462	- 6	0,03158	-15	1,32	2	0,995	4	58
1,33	0,02457	- 5	0,03141	- 17	1,33	3	0,988	7	57
1,34	0,02452	- 5	0,03123	- 18	1,34	4	0,978	10	56
1,35	0,02447	- 5	0,03103	- 20	1,35	5	0,966	12	55
1,36	0,02443	- 4	0,03082	- 21	1,36	6	0,951	15	54
1,37	0,02438	- 5	0,03059	- 23	1,37	7	0,934	17	53
1,38	0,02433	- 5	0,03035	- 24	1,38	8	0,914	20	52
1,39	0,02430	- 3	0,03009	- 26	1,39	9	0,891	23	51
1,40	0,02426	- 4	0,02981	- 28	1,40	10	0,866	25	50
1,41	0,02422	- 4	0,02952	- 29	1,41	11	0,839	27	49
1,42	0,02418	- 4	0,02921	- 31	1,42	12	0,809	30	48
1,43	0,02415	- 3	0,02888	- 33	1,43	13	0,777	32	47
1,44	0,02412	- 3	0,02854	- 34	1,44	14	0,743	34	46
1,45	0,02409	- 3	0,02828	- 36	1,45	15	0,707	36	45
1,46	0,02406	- 3	0,02780	- 38	1,46	16	0,669	38	44
1,47	0,02403	- 3	0,02740	- 40	1,47	17	0,629	40	43
1,48	0,02401	- 2	0,02698	- 42	1,48	18	0,588	41	42
1,49	0,02399	- 2	0,02655	- 43	1,49	19	0,545	43	41
1,50	0,02397	- 2	0,02609	- 46	1,50	20	0,500	45	40
1,51	0,02396	- 1	0,02561	- 48	1,51	21	0,454	46	39
1,52	0,02394	- 2	0,02512	- 49	1,52	22	0,407	47	38
1,53	0,02394	0	0,02459	- 53	1,53	23	0,358	49	37
1,54	0,02393	- 1	0,02405	- 54	1,54	24	0,309	49	36
1,55	0,02393	0	0,02348	- 57	1,55	25	0,259	50	35
1,56	0,02393	0	0,02289	- 59	1,56	26	0,208	51	34
1,57	0,02394	+ 1	0,02227	- 62	1,57	27	0,156	52	33
1,58	0,02395	+ 1	0,02161	- 66	1,58	28	0,104	52	32
1,59	0,02396	+ 1	0,02093	- 68	1,59	29	0,052	52	31
-1,60	0,02398	+ 2	0,02022	- 71	1,60	30	0,000	52	30
1,61	0,02401	+ 3	0,1947	- 75	1,61				
1,62	0,02404	+ 3	0,01868	- 79	1,62				
1,63	0,02408	+ 4	0,01785	- 83	1,63				
1,64	0,02413	+ 5	0,01697	- 88	1,64				
1,65	0,02419	+ 6	0,01604	- 93	1,65				
1,66	0,02426	+ 7	0,01505	- 99	1,66				
1,67	0,02435	+ 9	0,01399	- 106	1,67				

**Przykłady:** (obliczenia wg wzoru  $n_F - n_C = A + B\sigma$ ).

Wartości współczynników załamania  $n_D$  zmierzono pięciokrotnie. Dla wartości średniej znaleziono stałe A i B metodą interpolacji. Wartość  $\sigma$  określono dla średniej „z” znalezionej z 5 pomiarów. Liczbę Abbego określamy ze wzoru:

$$v = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

**Przykład I**

Woda (20° C)

Średnia z 5 odczytów:

$n_D = 1,3330$

Skala kompensatora:

z	
prawa	lewa
42,2	41,9
42,2	42,1
42,3	42,0
42,4	42,0
42,1	42,1

śred.    42,24    42,02

Łączna średnia z = 42,13

B = 0,03136

$\sigma = -0,593$

B $\sigma = -0,1860$
A = +0,02455

$$n_F - n_C = A + B\sigma = 0,00595$$

$$v = \frac{0,3330}{0,00595} = 56,0$$

**Przykład II**

Monobromonaftalen (20° C)

Średnia z 5 odczytów:

$n_D = 1,6572$

Skala kompensatora:

z	
prawa	lewa
19,7	19,8
19,6	20,0
19,8	19,9
19,6	19,0
19,5	19,8

śred.    19,64    19,88

Łączna średnia z = 19,76

B = 0,01533

$\sigma = 0,511$

B $\sigma = +0,00783$
A = +0,02424

$$n_F - n_C = A + B\sigma = 0,03207$$

$$v = \frac{0,6572}{0,03207} = 20,5$$

<sup>3</sup> Tabela i przykład zaczerpnięte z [2]

Rozkład Studenta i Fishera<sup>4</sup>

Wartości  $t_\alpha$  spełniające równość  $2 \int_0^{t_\alpha} S(t, k) dt = \alpha$

$k \backslash \alpha$	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
1	6,31	12,71	31,82	63,66	636,62
2	2,92	4,30	6,97	9,93	31,60
3	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94
4	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	2,02	2,57	3,37	4,03	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,70	5,96
7	1,90	2,37	3,00	3,50	5,40
8	1,86	2,30	2,90	3,36	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,49
12	1,78	2,18	2,68	3,06	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	4,02
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
20	1,72	2,09	2,53	2,85	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,77
$\infty$	1,65	1,96	2,33	2,58	3,29

**Uwaga:** k jest liczbą stopni swobody

<sup>4</sup> Tabela pochodzi z [1].